

بررسی پیشرفت‌های فن‌آوری ربات‌های چهارپا

وحید جوهری مجد^۱

^۱ دانشیار دانشگاه تربیت مدرس، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، گروه مهندسی کنترل، majd@modares.ac.ir

(تاریخ دریافت مقاله ۱۳۹۳/۳/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله ۱۳۹۳/۸/۱۱)

چکیده: در این مقاله، پس از ارائه یک تاریخچه و بررسی مزایای ربات چهارپا، به آخرین پژوهش‌های انجام شده در جهان در زمینه این ربات‌ها اشاره می‌گردد. در ادامه انواع مکانیزم‌های گام برداری و مسیرهای حرکتی ربات چهارپا و نیز معیارهای پایداری ایستا و پویای آن ارائه می‌شود. همچنین مدل‌سازی و تحلیل جنبشی و پویایی یک ربات چهارپای کلی با دوازده درجه آزادی بررسی می‌گردد. در نهایت الگوریتم‌های کلی مسیریابی این گونه ربات‌ها برای یک مد حرکتی و نیز نحوه استخراج شروط پایداری آن‌ها تشریح می‌گردد.

کلمات کلیدی: ربات چهارپا؛ ربات پادار؛ برنامه ریزی مسیر؛ پایداری پویا؛ پایداری ایستا.

A Review of the Technical Developments on the Quadruped Robots

Vahid Johari Majd

Abstract: In this paper, after reviewing a history of early literature and enumerating the benefits of quadruped robots, the latest world-wide research works on these robots are discussed. Then, various gate mechanisms, path movement methods, and static and dynamic stability margins of these robots are investigated. The modeling and kinematic and dynamic analyses of a typical quadruped robot with twelve degrees of freedom are also provided. Finally, a general path planning algorithms of such robots and the methods of deriving their stability conditions are explained.

Keywords: Quadruped robot; legged robot; path planning; dynamic stability; static stability.

حدوداً ۳ متر با موتور بنزینی ۹۰ اسب بخار ساخت که توسط انسان کنترل می‌شد. اولین استفاده از کامپیوتر در کنترل ربات‌های پادار برای حل معادلات سینماتیک و فرمان دادن به محرک‌ها در سال ۱۹۷۷ توسط مک‌گی^۵ بر روی ربات شش پای حشره گون انجام گرفت [۱].

پژوهش‌های نوین و جامع بر روی ربات‌های تک پا، دو پا، و چهارپا و کنترل پویای آن‌ها از سال ۱۹۸۶ توسط ریبرت^۶ در دانشگاه MIT آغاز گردید [۲]. پس از ریبرت تا به امروز بیش از ۲۰۰ ربات با تعداد پاهای مختلف ساخته شده‌اند [۳] که هریک سعی در افزودن قابلیت‌های ربات‌ها در سرعت و برخورد با موانع داشتند. ربات‌های پا دار زیادی در سال‌های پس از آن در مراکز تحقیقاتی مختلف ساخته شد ولی همچنان به نظر

۱- مقدمه

ربات‌های راه رونده را می‌توان گفت آخرین دسته از ربات‌هایی هستند که مراحل بلوغ خود را طی می‌کنند گرچه تحقیقات و بررسی‌ها در مورد ربات‌های پادار از بیش از یک قرن پیش آغاز شده است. از زمانی که یک ریاضی دان روسی به نام چبی شف^۱ در حدود سال ۱۸۷۰ با هدف تقلید از راه رفتن موجودات در طبیعت براساس مکانیزم چهار میله از یک اتصال^۲ برای به جلو راندن بدنه در وضعیت افقی استفاده کرد [۱]. در سال ۱۸۹۳ یک اسب مکانیکی پدالی توسط ریگ^۳ ساخته شد. در سال ۱۹۶۲ موشر^۴ یک ربات چهارپا^۵ به وزن ۱۴۰۰ کیلوگرم و ارتفاع

^۵ Quadruped

^۶ McGhee

^۷ Raibert

^۱ Chebyshev

^۲ Linkage

^۳ Rygg

^۴ Mosher

۲- مروری بر نمونه‌های اخیر ربات‌های چهارپای ساخته‌شده در جهان

۱-۲- ربات آیبو

آیبو^۲ یک ربات کوچک چهارپا به شکل سگ که در شرکت سونی ساخته شده است. پروژه آیبو از سال ۱۹۹۰ شروع شده و مدل‌های مختلفی از آن ساخته شد. مدلی از این ربات که در شکل ۱ مشاهده می‌شود در سال ۲۰۰۳ به منظور مسابقات جهانی ارائه گردید. این ربات به ازای هرپا دارای سه درجه آزادی است و با هدف سرگرمی ساخته شده است که در طراحی این ربات از سرو موتورهای جدیدی با گشتاور بالا استفاده شده است. این ربات برای یک ساعت حد اقل بدون شارژ کردن مجدد می‌تواند کار کند [۵].



شکل ۱: ربات‌های چهارپای آیبو [۵].

۲-۲- ربات جی-داگ

کمپانی رباتیکی ژاپنی HPI در حال تبلیغ جدیدترین محصول تجاری خود به نام جی-داگ^۳ با قیمتی معادل ۵۵۰ یورو می‌باشد که در شکل ۲ مشاهده می‌شود. واحد پردازشگر این ربات از نوع RPU-11 است و ارتفاع به ربات ۱۹ سانتیمتر می‌رسد. از طریق درگاه RS232 می‌توان اتصال میان ربات و کامپیوتر برقرار و حرکات آن را برنامه ریزی نمود. این ربات دارای نه سرو موتور می‌باشد که در هر پا دو موتور قرار گرفته‌است که در کل نه درجه آزادی به این ربات می‌دهد. قابلیت اضافه کردن موتورهای اضافه نیز به این ربات وجود دارد [۶].



شکل ۲: ربات جی-داگ [۶].

۳-۲- سگ کوچک

سگ کوچک^۴ یک ربات چهارپاست که به منظور انجام تحقیقات در خصوص یادگیری گام‌برداری^۵ به خصوص در زمین‌های ناهموار

می‌رسد ربات‌های پا دار هنوز در عرصه تحقیقاتی خود به سر می‌برد و هنوز به طور فراگیر مورد استفاده قرار نگرفته است که این امر احتمالاً به این دلیل پیچیدگی زیاد این ربات‌هاست.

۱-۱- دلیل رویکرد، مزایا و معایب استفاده از ربات چهارپا

تمایل انسان به بکارگیری ظرفیت‌های طبیعت، بدست آوردن فهم بهتر از راه رفتن و حرکات چابک جانوران طبیعی، و الگو برداری و شبیه سازی ماشینی رفتار حیوانات از جمله دلایل رویکرد به ربات‌های پادار است [۲]. در میان ربات‌های پادار، ربات‌های چهارپا به علت پایداری مناسبتر نسبت به ربات‌های دو پا و نیز تعداد پاهای کمتر نسبت به ربات‌های شش پا، پیچیدگی کمتر را در طراحی داشته و مانورهای مختلف ممکن را که از ربات‌های پادار انتظار می‌رود دارا است ربات‌های چهارپا نسبت به ربات‌های چرخ دار و شنی دار دارای مزایایی هستند که استفاده از آن‌ها را در برخی زمینه‌ها توجیه می‌کند. از جمله این قابلیت‌ها می‌توان از سازگاری با محیط‌های ناهموار، جابجایی کارآمد، تعلیق پویا و فعال با زاویه دادن به بندگاه‌ها، عبور از موانع، مصرف یکسان انرژی در محیط‌های هموار و ناهموار، امکان کاهش سر خوردگی با تماس عمودی با زمین نام برد [۴].

با وجود مزایای ذکر شده ربات‌های پادار راه حل کامل مسئله حرکت نیست و مشکلات آن‌ها باعث شده تا بکارگیری آن‌ها در صنایع و بخش‌های خدماتی با کندی صورت گیرد. از جمله این مشکلات پیچیدگی، توان مصرفی بالا در مقایسه با ربات‌های چرخدار در محیط‌های هموار، و سرعت کم آنهاست.

۱-۲- موارد کاربرد ربات‌های چهارپا

موارد کاربرد ربات‌های چهارپا به مزیت‌های آنان نسبت به ربات‌های چرخدار باز می‌گردد که شامل کمک به جمع آوری اطلاعات در امداد و نجات شهری به هنگام زلزله، آتش سوزی، و یا حوادث تروریستی و در جاهایی که حضور پرسنل انسانی دارای ریسک می‌باشد با امکان بالا رفتن و عبور از سطوح نا هموار، حمل بار از نقاط صعب العبور با کنترل از راه دور، اکتشافات سطحی و جستجو در کف دریاها، سطوح کرات دیگر، قابلیت استفاده در محیط‌های پرمانع مانند محیط‌های جنگلی، کمک به افراد معلول در حرکت در محیط‌های نا هموار و نیز به عنوان ربات‌های توان‌بخشی می‌باشد.

^۲ AIBO

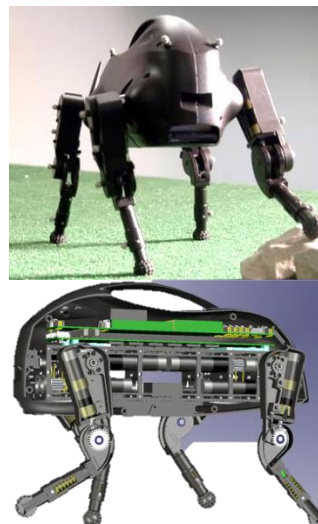
^۳ G-Dog

^۴ Little dog

^۵ Locomotion

^۱ Joints

توسط شرکت بوستون داینمیکس در سال ۲۰۰۶ میلادی با حمایت DARPA ساخته شده [۷] که در شکل ۳ نمایش داده شده است.



شکل ۳: ربات سگ کوچک [۷].

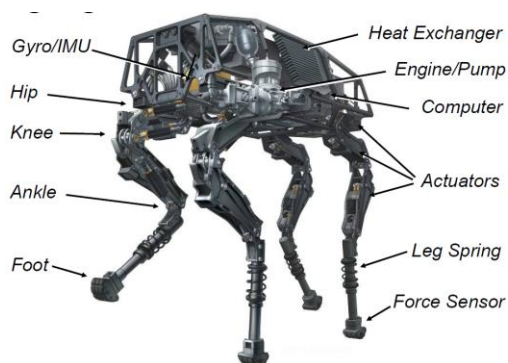
ربات سگ کوچک دارای ۳۰ سانتی‌متر طول، ۱۸ سانتی‌متر عرض، و ۲۶ سانتی‌متر ارتفاع است و وزن آن تقریباً برابر با ۲/۵ کیلوگرم است [۸]. این ربات دارای سه موتور الکتریکی برای کنترل هر پا می‌باشد که مجموعاً ۱۲ درجه آزادی را به آن می‌دهند. در طراحی این ربات سعی شده که موتورهای تا حد امکان در نزدیکی بدن قرار گرفته تا اندازه‌پاها کوچک بمانند. همچنین از یک فنر برای گرفتن ارتعاشات سطوح در پایین هر پا استفاده شده است. هر کدام از راه‌اندازنده موتورها با فرکانس ۱۰۰ هرتز با یک کنترلر PD زاویه و یا گشتاور توسط یک کامپیوتر تحت سیستم عامل Linux کنترل می‌گردد. سگ کوچک دارای چهار حسگر تماس در پاها و یک حسگر مجاورتی^۱ در سر و حسگر زاویه در تمامی بندگاه‌ها، و یک واحد اندازه‌گیری اینرسی (IMU)^۲ برای تنظیم موقعیت بدنه و شتاب آن است. سگ کوچک دارای یک باتری قابل شارژ است که انرژی آن را برای ۳۰ دقیقه حرکت مستمر تأمین می‌نماید [۸].

۲-۴- سگ بزرگ

ربات سگ بزرگ^۳ محصول شرکت بوستون داینمیکس^۴ است و دارای قابلیت‌های منحصر به فردی در مانور دادن در محیط‌های طبیعی و خشن می‌باشد. این ربات قادر است بارهای نسبتاً سنگین تا حدود دو برابر وزن خود را در زمین‌های شیب دار، برفی و یخ زده حمل نماید. ربات سگ بزرگ قادر به دویدن می‌باشد و در حال حاضر به عنوان پیشرفته ترین ربات چهارپا در جهان شناخته می‌شود. ساخت این ربات تحت

حمایت ۳۰ میلیون دلاری آژانس طرح‌های پژوهشی پیشرفته دفاعی (DARPA)^۵ انجام گردیده است و در افغانستان نیز عملیات آزمایشی انجام داده است [۹]. ربات سگ بزرگ ۱۰۹ کیلو وزن دارد و یک متر ارتفاع، ۱/۱ متر طول، و ۰/۳ متر عرض دارد. این ربات قادر است ۵۰ کیلوگرم بار را حمل نماید و نیز قادر است بدون بار مسافت ۱۰ کیلومتر را در ۲/۵ ساعت بدون سوخت‌گیری طی نماید. این چهارپا قادر به پرش تا ۱/۱ متر نیز می‌باشد [۱۰].

همانگونه که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، هر پای این ربات دارای ۴ درجه آزادی فعال (دو عدد در لگن، و یکی در زانو و یکی در مچ) و یک درجه آزادی غیر فعال (در فنر مچ پا) است. و نیروی محرکه آن توسط یک موتور بنزینی تک سیلندر ۱۵ اسب بخار و سیستم هیدرولیک با فشار ۳۰۰۰ psi تأمین می‌شود. هر پا توسط چهار شیر سرو الکتروهیدرولیک دو مرحله‌ای کنترل می‌گردد [۱۰].



شکل ۴: ربات سگ بزرگ [۱۱].

سگ بزرگ دارای حسگرهای متعددی است که شامل: ۱۶ پتانسیومتر خطی برای اندازه‌گیری تغییر زوایای بندگاه‌های زانو، لگن، و مچ پا، ۱۶ عدد حسگر بار^۶ برای پاها، ۱۶ عدد حسگر جریان برای پایش جریان شیرهای سرو، ۳ عدد دوربین برای بینایی سه بعدی، یک عدد رادار لیزری (لیدار)^۷، یک عدد گردش‌نما^۸ که تغییرات سه زاویه و شتاب خطی سه محور را می‌دهد، دو عدد حسگر ولتاژ باتری می‌باشد. شکل ۵ محل قرارگیری حسگرها را در سگ بزرگ نشان می‌دهد.

^۵ Defense Advanced Research Projects Agency

^۶ Load cell

^۷ Lidar

^۸ Gyro

^۱ Proximity

^۲ Inertial measuring unit

^۳ Big dog

^۴ Boston Dynamics



شکل ۷: دو تصویر از ربات LS3 [۱۲].



شکل ۸: گربه وحشی [۱۳].

۲-۵- چهارپای پیرو

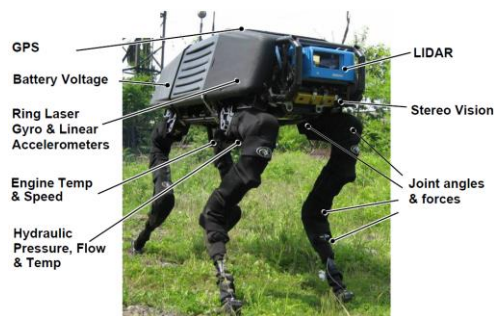
ربات پیرو^۳ که به طول ۵۰ سانتی‌متر می‌باشد، محصول انستیتو کوه‌ای پوهانگ است. ربات چهارپای پیرو برای انجام عملیاتی نظیر جستجو، کشف و حمل بار در شرایط طبیعی در نظر گرفته شده است (شکل ۹). از آنجا که این ربات شباهت زیادی به ربات سگ بزرگ دارد بسیاری آن را نمونه کوه‌ای سگ بزرگ قلمداد کرده و این امر را نشانه علاقه کوه به رقابت در عرصه رباتیک در تراز نخست می‌دانند [۱۵]. این ربات دارای سه درجه آزادی فعال در هر پا می‌باشد.



شکل ۹: ربات چهارپای پیرو [۱۶].

۲-۶- ربات‌های آیدین

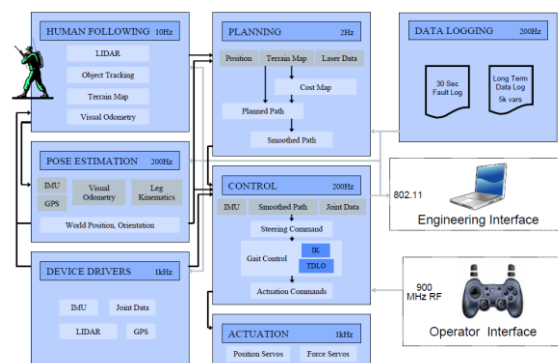
ربات آیدین^۴ (AiDIN) ساخت آزمایشگاه رباتیک هوشمند سیستم‌های مکترونیک^۵ در کره شمالی در سال‌های ۲۰۰۷ و ۲۰۰۸ می‌باشد [۱۷ و ۱۸]. شکل ۱۰ نمایی از این دو نسل ربات را نشان می‌دهد. این ربات دارای ۱۰ درجه آزادی فعال و ۴ درجه آزادی غیر فعال است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، پاهای جلو هر کدام دارای ۳ درجه آزادی فعال و یک غیر فعال به صورت فنر و پاهای عقب



شکل ۵: حسگرهای ربات سگ بزرگ و محل قرارگیری آنها [۱۱].

کامپیوتر روی ربات به صورت سفارشی تهیه شده است و دارای پردازشگر پنتیم با سیستم عامل بلادرنگ QNX می‌باشد. کد برنامه به زبان ++C نوشته شده است که اطلاعات حسگرها را دریافت و کنترل لازم به راهاندازها را اعمال می‌کند و نیز ارتباط با کاربر را نیز فراهم می‌نماید. معماری نرم افزار ربات سگ بزرگ در شکل ۶ نمایش داده شده است. فرکانس نمونه برداری برای اطلاعات مربوط به مسیریابی ۲ هرتز، فاصله یابی و تشخیص موانع ۱۰ هرتز، تخمین موقعیت، کنترل و ثبت داده ۲۰۰ هرتز، محرک‌ها و راهاندازها یک کیلوهرتز می‌باشد. همچنین جلیقه‌ای برای کاربر ربات طراحی گردیده است که با تجهیزات نصب شده بر روی آن کاربر می‌تواند از طریق یک ارتباط رادیویی بی‌سیم ۹۰۰ مگاهرتز اطلاعات دریافت شده توسط ربات را پایش کرده، و از طریق یک اهرم کنترل، حرکت ربات را کنترل کند.

نمونه پیشرفته تر ربات سگ بزرگ بنام سامانه پشتیبان گروهان (LS3)^۱ یا سگ آلفا و نیز گربه وحشی^۲ می‌باشد که اخیراً توسط همین شرکت و تحت حمایت وزارت دفاع آمریکا ساخته شده است که در شکل ۷ و شکل ۸ قابل مشاهده‌اند [۱۲ و ۱۳]. این ربات‌ها بیشتر جنبه نمایشی نظامی داشته و هنوز اطلاعات مستندی در مورد آنها در مقالات علمی موجود نیست. گربه وحشی نمونه پیشرفته تر ربات یوزپلنگ MIT است [۱۴] و هم اکنون مراحل آزمون و اصلاحات خود را طی می‌کند و قرار است تا سرعت ۵۰ کیلومتر در ساعت بدود.



شکل ۶: معماری نرم افزار ربات سگ بزرگ [۱۱].

^۳ PIRO quadruped

^۴ Artificial Digitigrade for Natural Environment

^۵ Intelligent Robotics and Mechatronic Systems Laboratory

^۱ Legged Squad Support System

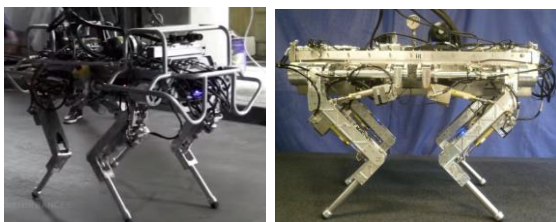
^۲ WildCat



شکل ۱۱: ربات چهارپای هانما [۲۰].

۲-۸- چهارپای هایکیو

ربات هایکیو^۵ ساخت انستو تکنولوژی ایتالیا است که دارای ۱۲ درجه آزادی است و موقعیت و گشتاور بندگاه‌های آن بوسیله بازوی‌های هیدرولیکی کنترل می‌گردد [۲۱]. وزن ربات حدود ۷۵ کیلوگرم و دارای یک متر طول و نیم متر عرض است و جثه آن به اندازه یک بز می‌باشد. سامانه کنترل این ربات بر روی یک کامپیوتر تک‌برد PC104 تحت لینوکس زمان واقعی با پیچ Xenomai اجرا می‌گردد. این ربات می‌تواند علاوه بر قدم زدن، به صورت یورتمه نیز حرکت نماید. شکل ۱۲ تصاویری از این ربات را نشان می‌دهد.

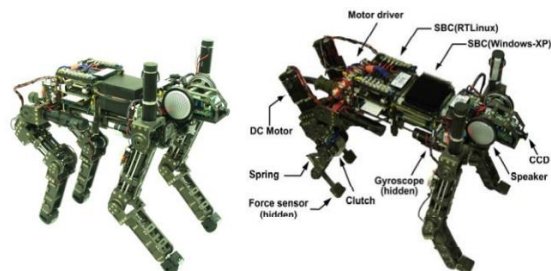


شکل ۱۲: ربات چهارپای هایکیو [۲۱].

۲-۹- چهارپای تی ام یو بات

ربات چهارپای تی ام یو بات (TMUBot) یک ربات دارای ۱۲ درجه آزادی است که با امکانات پیشرفته برای اولین بار در ایران با حمایت طرح‌های صنایع نوین وزارت صنعت، معدن، و تجارت، در آزمایشگاه سیستم‌های کنترل هوشمند دانشگاه تربیت مدرس طراحی و ساخته شده و به صورت بی‌سیم از طریق کاربر قابل کنترل می‌باشد [۲۲]. این ربات ۳۵ کیلوگرم وزن دارد و قادر است ۸ کیلو بار را حمل نماید. طول و عرض ربات به ترتیب ۸۰ و ۲۵ سانتی متر، و طول ساق، ران و بیرون زدگی ران ربات به ترتیب ۳۱، ۳۴، و ۷ سانتی متر می‌باشد. در شکل‌های زیر تصاویری از این ربات در حالت ایستاده، نشسته و در حال حرکت با بار نشان داده شده است.

دارای ۲ درجه آزادی فعال و یک غیر فعال به صورت فنی می‌باشد. پاهای ربات آیدین ۲ دارای وزن کمتر و نسبت ساق به ران آن مناسبتر انتخاب شده است و نیز مکان مرکز ثقل پاها برای پایداری بهتر اصلاح گردیده است.



شکل ۱۳: نمای ربات آیدین ۱ (راست) و آیدین ۲ (چپ) [۱۷].

هر بندگاه فعال توسط یک موتور جریان ثابت ۲۰ وات با جعبه با نسبت دور ۵۳:۱ تحریک می‌گردد. ربات آیدین دارای دو کنترلگر درونی^۱ اصلی است که به صورت کامپیوترهای تک‌برد پنتیم^۲ با فرکانس ۸۰۰ مگاهرتز با دیسک فلش و کنترلگر CAN^۳ تحت سیستم عامل بلادرنگ RTLinux می‌باشد. کامپیوتر تک‌برد دیگر که پنتیم ۱/۱ گیگاهرتز و دارای شبکه بی‌سیم است، وظیفه پردازش صدا و تصویر را دارد. انرژی ربات توسط یک سیم برق ۲۲۰ ولت تأمین می‌گردد ولی تمام تبادل اطلاعات ربات با کاربر از طریق شبکه بی‌سیم انجام می‌پذیرد. این ربات همچنین دارای ۱۰ کنترلگر کوچک از نوع MicroChip PCI 18f458 می‌باشد که هر کدام به طور محلی یکی از درجات آزادی را کنترل می‌کند.

۲-۷- چهارپای هانما

چهارپای هانما^۴ در سال ۲۰۱۰ در پژوهشکده رباتیک دانشگاه شان‌دانگ (SUCRO)^۴ چین ساخته شده که دارای ۱۲ درجه آزادی و ۵۰ کیلو گرم وزن بود که البته برق آن از خارج از ربات تأمین می‌گردد [۲۰]. ارتفاع ربات در حالت اولیه ۶۷ سانتی متر و طول و عرض آن به ترتیب ۱۰۰ و ۴۰ سانتی متر است. برای حرکت بندگاه‌های ربات از محرک‌های هیدرولیکی استفاده شده است و قادر است ۸۰ کیلو گرم بار را با سرعت ۴۰ سانتی متر بر ثانیه منتقل نماید. شکل ۱۱ دو نما از این ربات چهارپا را نشان می‌دهد.

^۱ Embedded Controller^۲ Controller Area Network^۳ Hanma^۴ Shandong University Center for Robotics^۵ HyQ

صورت می‌پذیرد. اما چهار نعل حرکتی چهار مرحله‌ایست که به صورت چپ عقب، راست عقب، چپ جلو و در نهایت راست جلو می‌باشد. ترتیب پاها با راه رفتن و یورتمه در اینجا تفاوت زیادی دارد. خصوصیت حرکت چهار نعل این است که پای پیش‌تاز به نسبت پاهای دیگر مدت زمان بیشتری وزن تنه را تحمل می‌کند و بیشتر در معرض آسیب و خستگی قرار دارد و در برخی زمان‌ها نیز کل پاها از زمین جدا می‌شوند [۲۳].

۴- بررسی مسیرهای حرکتی و پایداری ربات

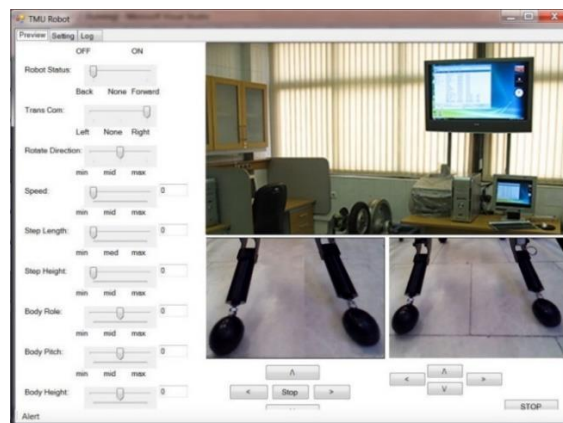
هدف اصلی از طراحی مسیر ربات تولید زوایای بندگان‌ها جهت ارسال به عملگرها برای ردیابی مسیر مورد نظر توسط ربات می‌باشد. مهمترین بخش‌های طراحی مسیر حرکتی ربات عبارتند از: انتخاب مسیر مناسب پا و بدنه و هماهنگی ایندو، انتخاب اندازه گام مناسب، جنبش شناسی رو به جلو^۴ و جنبش شناسی معکوس^۵ برای محاسبه فرمان کنترلی لازم، و و تنظیم پارامترهای حرکتی برای پایداری ربات می‌باشد.

مسیریابی ربات در یکی از دو حالت بر خط^۶ و خارج خط^۷ صورت می‌پذیرد. در محیط‌های پویا که امکان تغییر مسیر در حین حرکت وجود دارد تعیین مسیر به صورت برخط انجام می‌گیرد. حرکت‌ها می‌توانند به صورت متناوب و آزاد باشند. در صورتی که محیط هموار و بدون مانع باشد حرکت عموماً به صورت متناوب است، و در غیر این صورت آزاد خواهد بود که ممکن است نحوه حرکت پاها در هر بار شبیه به حرکت مرتبه قبلی همان پا نباشد [۲۴]. حرکت متناوب خود به دو دسته پیوسته^۸ و گسسته^۹ تقسیم می‌شود. در حرکت پیوسته بدن ربات به طور پیوسته در هر بخش از گام برداری جلو می‌رود ولی در حرکت گسسته که برای افزایش حاشیه پایداری ربات برای محیط‌های نیمه هموار استفاده می‌شود بدن ربات گاهی زمان‌ها متوقف می‌شود تا حرکت پا صورت گیرد [۲۵].

۴-۱- پایداری ایستا و پویای ربات چهارپا

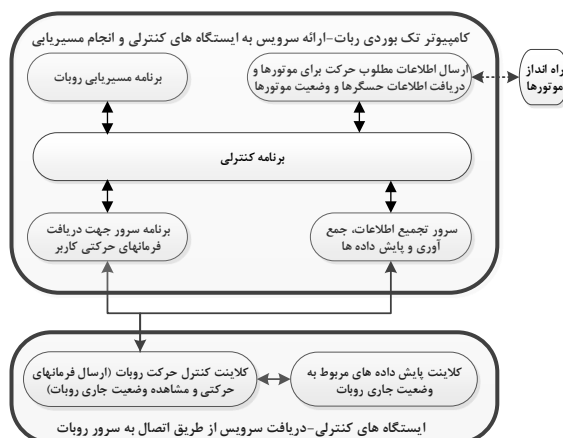
پایداری ایستا^{۱۰} برای سرعت‌های پایین زمانی که دست کم سه پای ربات روی زمین قرارداد مورد بررسی قرار می‌گیرد، اما پایداری پویا^{۱۱} برای سرعت‌های حرکتی بالا زمانی که کمتر از سه پای ربات روی زمین است مورد توجه واقع می‌شوند [۱].

اولین بار معیاری برای پایداری ربات‌های چهارپا توسط Frank (1968) ارائه شد، به این ترتیب که یک ربات ایده آل چهارپا به طور ایستا پایدار خواهد بود اگر تصویر مرکز جرم آن درون چندضلعی



شکل ۱۷: صفحه کنترل برنامه کلاینت TMUBot [۲۲].

در شکل ۱۸ معماری نرم افزاری TMUBot مشاهده می‌گردد. لازم به ذکر است که اتصالات نمایش داده شده بین کلاینت و سرور اتصالات منطقی هستند و تنها اتصال فیزیکی بین آن‌ها منحصر به یک اتصال از طریق شبکه بی‌سیم می‌باشد.



شکل ۱۸: معماری نرم‌افزاری سامانه پایش و کنترل [۲۲].

۳- بررسی انواع مکانیزم‌های گام برداری

گام برداری در ربات‌های چهارپا مشابه حیوانات، به صورت قدم زدن^۱، یورتمه^۲، و یا چهار نعل^۳ می‌باشد. قدم زدن یا راه رفتن یک گام برداری چهار مرحله‌ای است که در آن در هر لحظه حد اکثر یک پا از زمین برداشته می‌شود. و بعد تکرار این حرکات صورت می‌گیرد. ترتیب گام برداری بسته به استاژی حرکت و شرایط اولیه پاها دارد ولی به طور معمول به صورت ضربدری "عقب راست"، "جلو چپ"، "عقب چپ"، "جلو راست" صورت می‌گیرد.

یورتمه یک مرحله سریعتر از راه رفتن است که در آن در برخی زمان‌ها دو پا از زمین جداست. یورتمه حرکتی دو مرحله‌ای است که به صورت "چپ عقب + راست جلو" و سپس "عقب راست + جلو چپ"

⁴ Forward kinematics

⁵ Inverse kinematics

⁶ Online

⁷ Offline

⁸ Continuous

⁹ Discontinuous

¹⁰ Static stability

¹¹ Dynamic stability

¹ Gait

² Trot

³ Gallop

و معیار پاندول معکوس^{۱۱} نام برد [۲۸ و ۲۹]. باید توجه داشت که بسیاری از این معیارها نتایج نزدیک به همی را ارائه می‌دهند و اختلاف چندانی در نتایج آن‌ها وجود ندارد. البته باید توجه داشت که در پایداری پویا مرکز ثقل می‌تواند موقتا به خارج از چند ضلعی تکیه گاه نیز برود. در این حالت محل قرار دادن جای پا به شدت به دینامیک بدنه‌ی ربات بستگی دارد.

۵- ربات‌های چهارپا در محیط‌های ناهموار

یک ربات چهارپا ممکن است از الگوهای حرکتی ایستا یا پویا برای حرکت در محیط‌های ناهموار استفاده کند. پارامترهای پایه برای حرکت ربات‌های پادار مانند سلول ممنوعه^{۱۲}، ناحیه‌ی دسترسی پذیر^{۱۳} و حاشیه‌ی جنبشی^{۱۴} در [۲۶] ارائه شد. یک الگوی حرکت منطبق شونده با محیط برای ربات‌های چهارپا در [۳۰] ارائه شده است. سپس مسائل اساسی ربات‌های چهارپا در محیط‌های ناهموار بررسی شد [۳۱-۳۴]. یکی از کارهای پیشرو در جستجوی مسیر بر پایه گراف در [۳۵] پیشنهاد داده شد. در این کار تعدادی از حالات مناسب ربات از میان تعداد محدود حالات ربات انتخاب می‌شوند. روش جستجوی مسیر بر پایه‌ی گراف با بکارگیری روش‌های برنامه ریزی سلسله مراتبی^{۱۵} یا روش‌های برنامه ریزی حرکت چند مرحله‌ای^{۱۶}، با جزئیات بیشتر مورد بررسی قرار گرفت [۳۶-۳۸]. بر روی حرکت ربات چهارپا به نام سیلو^{۱۷} در محیط‌های ناهموار دارای حفره و شیب در مرجع [۳۹] کار شده است. بعلاوه بعضی محققین روش‌های بهبود انطباق پذیری ربات‌های پادار با محیط‌های ناهموار با استفاده از برنامه ریزهای مسیر فراگیر^{۱۸} را گزارش کرده‌اند [۴۰ و ۴۱].

الگوریتم‌های جستجوی جای پا، معمولا مکان مناسب برای پای بعدی را بر اساس کیفیت شرایط هندسی اطراف آن مکان می‌یافتند. اما در واقع مناسب بودن مکان قرار گیری پای بعدی با موقعیت پاهای دیگر و وضعیت بدنه، ارتباط نزدیکی دارد [۴۲]. برخی از پژوهشگران به تازگی برای انتخاب مکان جای پای بعدی، وضعیت بدنه و موقعیت پاهای دیگر را در نظر گرفته‌اند [۴۳ و ۴۴ و ۴۵].

۵-۱- کنترل کشسان ربات چهارپا برای حرکت در سطوح

نا هموار

برای کنترل حرکت ربات، در حالتی که مدل دقیقی از ربات و محیط در دسترس باشد، می‌توان از یک کنترل گر موقعیت با بهره‌ی کنترلی

حاصل از نقاط اتکا قرار گیرد. منظور از ایده آل رباتی است که پاهای آن بدون وزن و اثرات پویای محدود است.

ایده تعادل ایستا الهام یافته از حشرات می‌باشد. پای حشرات وزن ناچیزی دارد و همزمان وظیفه حفظ تعادل بدن و پیشروی به سمت جلو را ایفا می‌کند. نحوه حرکت در سرعت‌های آهسته به گونه‌ای است که در هر گام تعادل ایستا طبق تعریف فوق برقرار باشد.

تعریف فوق محدود به زمین هموار می‌شود. بعدها این تعریف برای استفاده در زمین ناهموار تعمیم داده شد به این صورت که از چند ضلعی حاصل از تصویر نقاط اتکا روی صفحه افق استفاده شد [۲۶].

۴-۲- معیارهای پایداری ایستای ربات‌های چهارپا

برای ربات‌های با سرعت کم پایداری براساس مکان مرکز ثقل (COG) ربات مورد بررسی قرار می‌گیرد که حاشیه پایداری بر اساس معیارهای گوناگونی قابل سنجش است [۱]. از جمله آن‌ها می‌توان به معیار حاشیه پایداری ایستا (SSM)^۱ (کوئاهترین فاصله بین مرکز جرم ربات و چند ضلعی تشکیل شده توسط نقاط تماس ربات با زمین)، معیار حاشیه پایداری طولی (LSM)^۲ (کوئاهترین فاصله مرکز ثقل با چند ضلعی تشکیل شده توسط نقاط تماس ربات با زمین در محور طولی ربات)، معیار حاشیه پایداری طولی خرچنگی (CLSM)^۳ (کوئاهترین فاصله مرکز ثقل با چند ضلعی تشکیل شده توسط نقاط تماس ربات با زمین در محور هم امتداد با مسیر حرکتی ربات)، معیار حاشیه پایداری انرژی (ESM)^۴ (کمترین انرژی پتانسیل لازم برای واژگونی ربات حول اضلاع چند ضلعی تعادل)، و معیار حاشیه پایداری انرژی نرمال شده (NESM)^۵ (معیار قبلی تقسیم بر وزن ربات) می‌باشد. که از سال ۱۹۹۸ به بعد در تحلیل‌های مورد استفاده قرار گرفته شده است.

۴-۳- معیارها پایداری پویای ربات چهارپا

معروفترین معیارهای معرفی شده برای پایداری پویای چهارپا معیار نقطه ممان صفر (ZMP)^۶ می‌باشد [۲۷]. نقطه ممان صفر نقطه‌ای بر روی سطح تماس است که مجموع تمامی گشتاورهای اعمال شده به ربات در آن نقطه صفر می‌باشد. اگر نقطه ممان صفر همواره در داخل چند ضلعی حاصل از پاهای پشتیبان قرار گیرد، تعادل ربات حفظ خواهد شد.

از دیگر معیارهای پایداری پویا می‌توان از معیار مرکز فشار (COP)^۷، معیار حاشیه پایداری پویا (DSM)^۸، معیار حاشیه پایداری نیرو-زاویه (FASM)^۹، معیار حاشیه پایداری انرژی پویای نرمال شده (NDESM)^{۱۰}

¹ Static Stability Margin

² Longitudinal Stability Margin

³ Crab Longitudinal Stability Margin

⁴ Energy Stability Margin

⁵ Normalized Energy Stability Margin

⁶ Zero Moment Point

⁷ Centre of Pressure

⁸ Dynamic Stability Margin

⁹ Force-Angle Stability Margin

¹⁰ Normalized Dynamic Energy Stability Margin

¹¹ Inverted Pendulum

¹² Forbidden cell

¹³ Reachable area

¹⁴ Kinematic margin

¹⁵ Hierarchical

¹⁶ Multi-step

¹⁷ SILO

¹⁸ Global

است که با استفاده از اعمال نیروی چسبندگی^۹، پایداری ربات را ایجاد می‌کند؛ و در نتیجه، نیازی به محدود کردن مرکز جرم در چند ضلعی تکیه گاه، نمی‌باشد؛ و این امر باعث افزایش فضای دسترسی پذیری ربات و متعاقباً افزایش تطبیق پذیری آن، می‌شود؛ ولی استفاده از این رهیافت، تنها برای برخی از ربات‌های بالارونده^{۱۰}، با استفاده از تجهیزات خاص، امکان پذیر است. همچنین در [۵۵]، پژوهش جامعی به همراه نتایج شبیه سازی و آزمایش عملی برای عبور ربات از موانع ناخواسته، ارائه گردیده است؛ به طوری که کنترل‌گرهای کشسان مختلف، با بهره‌های کنترلی متفاوت، مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در عین حال، در این پژوهش حداکثر ارتفاع مانع که ربات موفق به عبور از آن می‌شود، برابر با نصف ارتفاع ربات، به دست آمده است. در [۴۵] مسئله حرکت ربات چهارپا در سطح ناهموار به چهار قسمت تقسیم بندی شده است: ۱) جست و جو و انتخاب جای پای مناسب ۲) طراحی مسیر حرکت بدنه به صورتی که بیشینه‌ی پایداری حرکت، به دست آید. ۳) استفاده از کنترل‌گر پویایی وارون^{۱۱} پایه شناور و در نظر گرفتن نیرو، برای ایجاد رفتار کشسان. همچنین در [۵۷] رهیافتی برای حرکت کشسان ربات چهارپا پیشنهاد شده است که از یک تولید کننده الگوی مرکزی^{۱۲}، برای تولید دنباله حرکت پا استفاده می‌کند و همچنین به منظور ایجاد کشسانی در حرکت، از بندگاه غیر فعال در قوزک پا بهره می‌برد؛ با استفاده از این رهیافت، ربات قادر است با انواع روش‌های مختلف، گام برداری کند. کنترل ربات با محرک کشسان در مواجهه با فاز تکیه گاه دوگانه، چالش برانگیز است؛ از این‌رو، در [۴۹] با تاکید بر افزایش بهره‌ی انرژی با استفاده از محرک کشسان، به رفع این مشکل پرداخته است.

۶- مدل‌سازی و تحلیل جنبشی و پویایی ربات‌های

چهارپا

در این بخش ابتدا به صورت خلاصه پیکربندی و روابط جنبشی^{۱۳} کلی یک ربات چهارپای با دوازده درجه آزادی مورد بررسی قرار می‌گیرد. سپس به روابط و معادلات پویا^{۱۴} ربات پرداخته شده و این روابط برای گام‌برداری کلی ربات و بر مبنای روابط جنبشی استخراج می‌گردد. از این روابط در بخش بعدی در مسیرهای حرکتی و شروط پایداری ربات استفاده خواهد شد.

۶-۱- روابط جنبشی ربات

در اکثر ربات‌های چهارپا، هر پا دارای سه درجه آزادی فعال در نظر گرفته می‌شود که توانایی حرکت در دو صفحه جلو، عقب، و صفحه جانبی را به ربات می‌دهد و در مجموع ۱۲ درجه فعال آزادی را برای

بالا استفاده نمود. از آنجا که مدل دقیق ربات و محیط، غیر قابل دسترس است؛ کنترل کشسان^۱ ربات، به عنوان یک راهکار کاربردی، مطرح می‌شود [۴۶]. بررسی رفتار کشسان ربات، برای عبور از موانع ناخواسته و سطوح ناهموار، در مراجع مختلف بررسی شده است. در [۴۷] یک ساختار برای ایجاد پای کشسان به صورت غیر فعال^۲، معرفی شده است. با استفاده از این ساختار، یک ربات با قابلیت گام برداری یورتمه^۳، پیاده‌سازی گردیده است. در پژوهش‌های جدید تر از بندگاه‌های غیر فعال به همراه بندگاه‌های فعال، استفاده شده است [۴۸]. هرچند استفاده از این رهیافت‌ها تا حدی حرکت کشسان ربات را ایجاب می‌کند، ولی دارای عملکرد ضعیف در گستره‌ی وسیع و پایداری با حاشیه اطمینان کم می‌باشد؛ درحالی‌که برای عبور ربات از موانع با ارتفاع متفاوت، نیاز به ایجاد رفتار کشسان، در گستره‌ی وسیع می‌باشد. یک راه دیگر برای افزایش کشسانی سامانه، استفاده از محرک‌های کشسان است [۴۹]. از تلاش‌های اولیه به منظور کنترل کشسان فعال ربات چهارپا، می‌توان به [۵۰] اشاره کرد، که کنترل نیروی ربات را مورد بررسی قرار داد. در [۵۱] رهیافتی برای کنترل کشسان ربات‌های پادار، معرفی شده است که بر مبنای کنترل‌گر گشتاور محاسبه شده^۴ در فضای کاری^۵، پایه گذاری شده است و مشکلات استفاده از رهیافت‌های مبتنی بر ترانهاده‌ی ماتریس ژاکوبین^۶ را ندارد. همچنین در [۵۲] برای ایجاد کنترل کشسان ربات، از کنترل ناگذرای^۷ با قابلیت اعمال نیروی مرجع، استفاده شده است. در [۵۳] رهیافتی معرفی گردید که علاوه بر تطبیق پارامترهای گام، به منظور افزایش حاشیه پایداری حرکت، از یک کنترل‌گر کشسان استفاده می‌کند. مدل کشسانی در نظر گرفته شده در این پژوهش، نیاز به اعمال نیروی مرجع دارد که برای محاسبه این نیرو، از الگوریتم ارائه شده در [۵۴] استفاده می‌شود.

به منظور افزایش قابلیت ربات‌های پادار در [۲۵ و ۲۴]، رویه‌ای برای عبور ربات از سطوح ناهموار، ارائه شده است که برای پیاده‌سازی آن، نیاز به سامانه‌های بینایی، راداری و طراحی گام برداری آزاد^۸، می‌باشد و دارای الگوریتم پیچیده‌ای است و برای عبور از موانع، از سامانه طراحی مسیر برخط، بهره می‌برد. در [۵۵]، رویه‌ای ارائه شده است که مشکل غیر کشسان بودن ربات را با کاهش بهره کنترلی، برطرف کرده است؛ ولی در عین حال، دقت سامانه کنترلی را برای جابجایی صحیح، از دست داده است. هرچند این رویه تا حدی رفتار ربات را کشسان می‌کند؛ ولی گستره‌ی عملکرد آن، محدود بوده و به دلیل عدم داشتن جابجایی صحیح، رفتار ربات با حرکات ناخواسته، همراه است. در [۵۶]، راهبردی برای افزایش قابلیت تطبیق پذیری ربات در محیط‌های مختلف، پیشنهاد شده

¹ Compliant

² Passive

³ Trot

⁴ Computed torque controller

⁵ Task space

⁶ Jacobian matrix

⁷ Impedance control

⁸ Free gait

⁹ Adherent force

¹⁰ Climbing robot

¹¹ Invers dynamic controller

¹² Central pattern generator

¹³ Kinematics

¹⁴ Dynamic

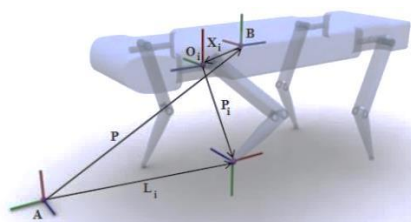
$${}^0T_3 = \begin{bmatrix} c_1c_{23} & -c_1s_{23} & s_1 & ds_1 + c_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) \\ s_1c_{23} & -s_1s_{23} & -c_1 & -dc_1 + s_1(l_2c_2 + l_3c_{23}) \\ s_{23} & c_{23} & 0 & l_2s_2 + l_3s_{23} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

که c_i ، s_i ، c_{ij} و s_{ij} به ترتیب بیانگر $\cos(\theta_i)$ ، $\sin(\theta_i)$ ، $\cos(\theta_i + \theta_j)$ و $\sin(\theta_i + \theta_j)$ می‌باشند. با توجه به این معادلات، بردار موقعیت 0P_i ($i = 1, \dots, 4$) که مرکز دستگاه سوم هر پا (مثلاً $i=3$ پای سوم که پای عقب-راست است را نشان می‌دهد) را نسبت به مرکز دستگاه صفرم (O_i) مشخص می‌کند، از رابطه زیر بدست می‌آید:

$${}^0P_i = \begin{bmatrix} ds_{1,i} + c_{1,i}(l_2c_{2,i} + l_3c_{23,i}) \\ -dc_{1,i} + s_{1,i}(l_2c_{2,i} + l_3c_{23,i}) \\ l_2s_{2,i} + l_3s_{23,i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

در شکل ۲۱ طول پیوندها و بردار موقعیت P_i نشان داده شده است. به منظور بررسی روابط جنبش معکوس هر پا ابتدا بردار 0P_i به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$${}^0P_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (3)$$



شکل ۲۱: بردارهای مکان در ربات چهارپا.

مقدار زاویه سوم از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$c_{3,i} = \frac{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 - d^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3} \quad (4)$$

$$s_{3,i} = \pm \sqrt{1 - c_{3,i}^2} \Rightarrow \theta_{3,i} = \text{atan2}(s_{3,i}, c_{3,i}) \quad (5)$$

همان‌طور که دیده می‌شود برای زاویه سوم جواب دوگانه وجود خواهد داشت. برای یافتن زاویه دوم داریم:

$$\theta_{2,i} = \text{atan2}\left(\frac{z_i}{r_i}, \frac{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 - d^2}}{r_i}\right) - \text{atan2}(k_{2,i}, k_{1,i}) \quad (6)$$

که در آن

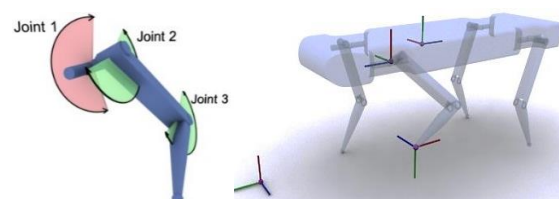
$$r_i = \sqrt{k_{1,i}^2 + k_{2,i}^2}, \quad \gamma_i = \text{atan2}(k_{2,i}, k_{1,i}) \quad (7)$$

$$k_{1,i} = l_2 + l_3c_{3,i}, \quad k_{2,i} = l_3s_{3,i}$$

و در نهایت مقدار زاویه اول با استفاده از مقادیر بدست آمده محاسبه می‌شود:

$$\theta_{1,i} = \text{atan2}\left(\frac{dx_i + (c_{2,i}l_2 + c_{23,i}l_3)y_i}{d^2 + (c_{2,i}l_2 + c_{23,i}l_3)^2}, \frac{(c_{2,i}l_2 + c_{23,i}l_3)x_i + dy_i}{d^2 + (c_{2,i}l_2 + c_{23,i}l_3)^2}\right) \quad (8)$$

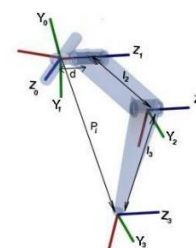
ربات فراهم می‌آورد و شمای کلی ربات، دستگاه‌های مختصات و ترتیب بندگاه‌های پاها در شکل ۱۹ نشان داده شده است. هر سه درجه آزادی در هر پا دورانی بوده که از بالا درجه آزادی‌های دوم و سوم پا را جلو و عقب برده و درجه آزادی اول پا را در صفحه جانبی تکان می‌دهد. برای راحتی طراحی و چینش قطعات واردکننده نیرو ممکن است، بین درجه آزادی اول و دوم یک بیرون زدگی^۱ در نظر گرفته شود. همچنین ممکن است به منظور کاهش اثر ضربه ناشی از برخورد پاها به زمین یک فنر در ساق هر پا صورت یک درجه آزادی غیرفعال^۲ در نظر گرفته شود. به علاوه به طور معمول زاویه بین ران و ساق ربات به گونه‌ای در نظر گرفته می‌شود که پاها به داخل جمع شده و بدین ترتیب طول ربات کاسته شود. ربات سگ کوچک و بسیاری از ربات‌های چهارپای مطرح جهان نیز همین ویژگی‌ها را دارا هستند.



شکل ۱۹: شمایی کلی از ربات چهارپا، دستگاه‌های مختصات و ترتیب بندگاه‌های پاها.

۲-۶- جنبش مستقیم و معکوس هر پا

بر اساس روش دناویت-هانتربرگ^۳ (DH) دستگاه‌های مختصات متناظر مطابق شکل ۲۰ بر روی هر بندگاه پا قرار داده شده و پارامترهای DH در برای هر پیوند^۴ در جدول ۱ آمده است.



شکل ۲۰: دستگاه‌های مختصات نسبت داده شده به هر بندگاه.

جدول ۱: پارامترهای DH

	θ	α	d	a
1	θ_1	90	0	0
2	θ_2	0	0	l_2
3	θ_3	0	d	l_3

بدین صورت ماتریس انتقال از دستگاه مختصات سوم در کف پا به دستگاه مختصات صفر که محل اتصال پا به بدن می‌باشد بر اساس رابطه زیر بدست می‌آید:

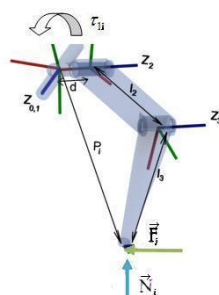
^۱ Offset

^۲ Passive

^۳ Denavit-Hartenberg

^۴ Link

که در آن m و l به ترتیب جرم و تانسور لختی بدنه بوده و همچنین ΣF و $\Sigma \tau$ به ترتیب برآیند نیروها و گشتاورهای وارد بر بدنه می‌باشند. در رابطه (۱۲) تنها شتاب خطی (a) مجهول می‌باشد که با توجه به داشتن مکان مرکز جرم از منحنی طراحی شده برای آن و با دو بار مشتق گرفتن از آن بدست می‌آید. اما در رابطه (۱۳) با توجه به این که برای بدنه حرکت بدون چرخش را در نظر گرفته ایم، می‌توان α را صفر در نظر گرفت. برآیند نیروهای وارد بر بدنه (ΣF) و گشتاورهای وارد بر آن ($\Sigma \tau$) در ادامه محاسبه می‌گردد. با توجه به این که فرض ساده شونده ذکر شده، گشتاور حاصل از نیروی عمود بر مرکز و اصطکاک در محل اتصال بدنه به پا بر مبنای شکل ۲۲ محاسبه می‌شود.



شکل ۲۲: گشتاور حاصل از نیروی عمود بر مرکز و اصطکاک بر پیوند سوم.

با توجه به شکل بالا داریم:

$$\vec{\tau}_{1i} + \vec{P}_i \times \vec{F}_i = 0 \quad (14)$$

که $\vec{F}_i$ مجموع نیروهای وارد بر کف پای i ام یعنی مجموع نیروی اصطکاک و نیروی عمود بر مرکز و $\vec{\tau}_{1i}$ گشتاوری است که در موتور شماره یک پای پشتیبان i ام قرار دارد و در دستگاه مختصات اینرسی با بردارهای $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ که به صورت زیر قابل بسط می‌باشد:

$$\vec{\tau}_{1i} + \vec{P}_i \times ((f_i \sin \phi_i) \hat{x} + N_i \hat{y} + (f_i \cos \phi_i) \hat{z}) = 0 \quad (15)$$

از طرفی:

$$f_i = \mu N_i \quad (16)$$

که با جایگذاری معادله بالا داریم:

$$\vec{\tau}_{1i} + \vec{P}_i \times ((\mu N_i \sin \phi_i) \hat{x} + N_i \hat{y} + (\mu N_i \cos \phi_i) \hat{z}) = 0 \quad (17)$$

در معادله بالا ϕ_i زاویه نیروی اصطکاک وارد بر هر پا با محور $\hat{y}$ می‌باشد. شایان ذکر است این زاویه در صفحه نیروی اصطکاک که همان زمین می‌باشد قرار دارد. گشتاور وارد بر بدنه از جانب هر پای پشتیبان، $-\vec{\tau}_{1i}$ و گشتاور ناشی از معکوس نیروی عمود بر مرکز و اصطکاک در لگن پای پشتیبان و حول مرکز جرم ربات $\vec{\tau}_i'$ می‌باشد. در اینصورت:

$$\vec{\tau}_i' = \vec{X}_i \times ((-\mu N_i \sin \phi_i) \hat{x} + (-N_i) \hat{y} + (-\mu N_i \cos \phi_i) \hat{z}) \quad (18)$$

$$\vec{\tau}_i = -\vec{\tau}_{1i} + \vec{\tau}_i' \quad (19)$$

که $\vec{\tau}_i$ برآیند تمام گشتاورهای وارد بر بدنه از جانب پای پشتیبان i ام می‌باشد. از طرفی از (۱۷) می‌دانیم:

$$\tau_i' = -\vec{P}_i \times ((\mu N_i \sin \phi_i) \hat{x} + N_i \hat{y} + (\mu N_i \cos \phi_i) \hat{z}) \quad (20)$$

باید توجه داشت که برخی از جواب‌های بدست آمده برای زوایای بندگاه‌ها از رابطه‌های قبل جواب‌های غیر قابل قبول مساله بوده و با توجه به فرم زانو که به داخل یا خارج باشد تنها یک جواب از جواب‌های بالا در هر لحظه جواب درست مساله می‌باشد که در پیاده‌سازی عملی، جواب‌های درست از مقایسه جواب‌های بدست آمده و وضعیت زوایا در یک گام زمانی قبل، قابل حصول می‌باشد.

۳-۶- روابط جنبش کل ربات

برای بدست آوردن روابط جنبش برای کل ربات چهارپا مطابق شکل ۲۱ دو دستگاه مختصات A و B در نظر گرفته می‌شود. دستگاه مختصات A ثابت بوده و به زمین متصل است و دستگاه مختصات B متحرک بوده و در مرکز جرم بدنه قرار دارد. بردار موقعیت P مکان مرکز B نسبت به A بوده و بردارهای $X_i (i=1..4)$ موقعیت مرکز دستگاه صفرم متصل به هر پا (O_i) را نسبت به مرکز دستگاه B مشخص می‌کند، همچنین بردار L_i مکان کف هر پا (مرکز دستگاه چهارم) نسبت به مرکز دستگاه A می‌باشد. بر این اساس رابطه زیر برای جنبش کل ربات صادق می‌باشد:

$$P + {}^A R_B {}^B X_i = L_i - {}^A R_B {}^B R_{O_i} {}^{O_i} P_i \quad (9)$$

در رابطه بالا ${}^A R_B$ و ${}^B R_{O_i}$ به ترتیب ماتریس‌های دوران دستگاه B نسبت به A و O_i نسبت به B می‌باشد.

۴-۶- معادلات پویا ربات چهارپا

برای کاهش محاسبات و با توجه به این که عموماً جرم پاها نسبت به بدنه ربات ناچیزند، با صرف نظر نمودن از جرم پاها می‌توان نیروهای وارد شده به نقاط تماس پاها را در لگن ربات در نظر گرفت. بعد از بدست آوردن معادلات پویا با شبیه سازی ربات، بازه‌ای از نسبت جرم پا به بدنه را که شرایط پایداری همچنان صادق باقی می‌ماند را به عنوان حوزه قابل قبول برای معادلات پویای بدست آمده قابل محاسبه است. معادلات برای حالتی استخراج می‌گردد که سه پای ربات بر روی زمین بوده و یک پا در حال گام‌برداری می‌باشد. برای هر پای ثابت روی زمین شرایط پایداری آن پا عبارتند از:

$$N > 0 \quad (10)$$

$$f_s < \mu N \quad (11)$$

که در روابط بالا N نیروی عمودی وارد شده از زمین به پا بوده و f_s نیروی اصطکاک بین کف پا و زمین می‌باشد. همچنین μ ضریب اصطکاک استاتیکی بین کف پا و زمین است. برای بدنه ربات براساس معادلات نیوتن و اوایلر داریم:

$$\Sigma F = ma \quad (12)$$

$$\Sigma \tau = I \alpha \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 f_{ix} \\ \sum_{i=1}^3 f_{iy} \\ \sum_{i=1}^3 N_i + mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\ddot{p}_x \\ m\ddot{p}_y \\ m\ddot{p}_z \end{bmatrix} \quad (۳۲)$$

در صورت باز کردن معادلات نیرویی براساس (۱۵) و (۱۶) به معادله زیر می‌توان دست یافت:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 (\mu N_i \sin \phi_i) \\ \sum_{i=1}^3 N_i - mg \\ \sum_{i=1}^3 (\mu N_i \cos \phi_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m\ddot{p}_x \\ m\ddot{p}_y \\ m\ddot{p}_z \end{bmatrix} \quad (۳۳)$$

سه معادله (۲۶)، (۲۷) و (۲۸) به همراه سه معادله‌ی داده شده در (۳۳) در مجموع شش معادله و شش مجهول را بدست می‌دهند که این مجهول‌ها شامل سه نیروی عمودی N_i و سه زاویه ϕ_i می‌باشند. با مشتق‌گیری از منحنی‌های مسیر حرکت بدنه و پاها که در بخش بعدی بدست می‌آید می‌توان به سرعت و شتاب بخش‌های مختلف ربات در هر لحظه دست یافت و در روابط بالا جاگذاری نمود.

۷- طراحی مسیرهای حرکتی متناوب و استخراج شروط پایداری ربات

در این مقاله برای اختصار تنها به جزئیات طراحی حرکت متناوب بر روی مسیر هموار می‌پردازیم. به صورت کلی، طراحی منحنی‌های مسیر متناوب برای حرکت یک ربات چهارپا را می‌توان به ۳ مرحله تقسیم کرد:

۱- مشخص کردن نقاط کلیدی از حرکت انتهای پاها و مرکز بدنه ربات و تعیین مکان آن‌ها در برداشتن یک گام.

۲- نوشتن معادلات مسیر به صورت پارامتری بین دو نقطه کلیدی در طول زمان. این معادلات به منظور پیوسته بودن سرعت و شتاب رابط‌های مختلف ربات می‌بایست تا مشتق دوم آن‌ها پیوسته باشد، به خصوص در زمان انتقال از یک بازه زمانی به بازه دیگر، به همین دلیل از منحنی‌های خاصی موسوم به منحنی‌های بی‌زیه^۱ استفاده می‌شود.

۳- استفاده از معادلات جنبش معکوس برای تبدیل مکان هر نقطه به زاویه متناظر برای هر محرک. این زوایا به صورت کامل وضعیت تمام اجزای ربات را در هر لحظه از زمان مشخص کرده و همچنین نیز سرعت آن‌ها را هم بدست می‌دهد.

با مشخص کردن پارامترهای مختلف گام‌برداری از قبیل طول و ارتفاع قدم، برنامه مسیریاب زاویه هر یک از ۱۲ موتور ربات را در هر زمان به عنوان خروجی مشخص می‌کند.

در مسیر یابی حرکتی پای ربات برای حرکت از یک نقطه به نقطه بعدی کوتاهترین مسیر، مسیر مستقیم می‌باشد که این نوع حرکت به معنی کشیده شدن پای ربات به روی زمین و ایجاد حرکتی نامنظم می‌باشد. بنابراین مسیر پیشنهادی برای حرکت پا مسیر منحنی است. شکل منحنی حرکتی را عوامل زیادی مانند توانایی گام برداری از روی موانع مسیر

با استفاده از دو معادله بالا برای $\vec{t}_i$ داریم:

$$\vec{t}_i = -\vec{P}_i \times ((\mu N_i \sin \phi_i)\hat{x} + N_i\hat{y} + (\mu N_i \cos \phi_i)\hat{z}) + \vec{X}_i \times ((-\mu N_i \sin \phi_i)\hat{x} + (-N_i\hat{y}) + (-\mu N_i \cos \phi_i)\hat{z}) \quad (۲۱)$$

و در نتیجه با جمع گشتاورها برای سه پا خواهیم داشت:

$$\vec{t}_i = \sum_{i=1}^3 \vec{P}_i \times ((\mu N_i \sin \phi_i)\hat{x} + N_i\hat{y} + (\mu N_i \cos \phi_i)\hat{z}) + \vec{X}_i \times ((-\mu N_i \sin \phi_i)\hat{x} + (-N_i\hat{y}) + (-\mu N_i \cos \phi_i)\hat{z}) \quad (۲۲)$$

همچنین بر اساس معادله جنبش (۹) برای P_i داریم:

$$\vec{P}_i = \begin{bmatrix} {}^{oi}P_{ix} \\ {}^{oi}P_{iy} \\ {}^{oi}P_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_x + {}^BX_{ix} - L_{ix} \\ P_y + {}^BX_{iy} - L_{iy} \\ P_z + {}^BX_{iz} - L_{iz} \end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

در این صورت، گشتاور کل بدنه به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} \vec{t}_i = \sum_{i=1}^3 \begin{bmatrix} P_x + {}^BX_{ix} - L_{ix} \\ P_y + {}^BX_{iy} - L_{iy} \\ P_z + {}^BX_{iz} - L_{iz} \end{bmatrix} \times ((\mu N_i \sin \phi_i)\hat{x} + N_i\hat{y} + (\mu N_i \cos \phi_i)\hat{z}) + \sum_{i=1}^3 \begin{bmatrix} {}^BX_{ix} \\ {}^BX_{iy} \\ {}^BX_{iz} \end{bmatrix} \times ((\mu N_i \sin \phi_i)\hat{x} + N_i\hat{y} + (\mu N_i \cos \phi_i)\hat{z}) \end{aligned} \quad (۲۴)$$

پس از باز کردن معادلات و ساده سازی، برای هر سه پای پشتیبان خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \vec{t} = \sum_{i=1}^3 [(P_y \mu N_i \cos \phi_i - L_{iy} \mu N_i \cos \phi_i - N_i P_z + N_i L_{iz})\hat{x} + (P_x \mu N_i \cos \phi_i - L_{ix} \mu N_i \cos \phi_i - P_z \mu N_i \sin \phi_i + L_{iz} \mu N_i \sin \phi_i)\hat{y} + (P_x N_i - L_{ix} N_1 - P_y \mu N_i \sin \phi_i + L_{iy} \mu N_i \sin \phi_i)\hat{z}] \end{aligned} \quad (۲۵)$$

معادله (۲۵) در راستای سه محور مختصات، به صورت زیر تجزیه می‌شود:

$$\sum_{i=1}^3 (P_y \mu N_i \cos \phi_i - L_{iy} \mu N_i \cos \phi_i - N_i P_z + N_i L_{iz}) = 0 \quad (۲۶)$$

$$\sum_{i=1}^3 (P_x \mu N_i \cos \phi_i - L_{ix} \mu N_i \cos \phi_i - P_z \mu N_i \sin \phi_i + L_{iz} \mu N_i \sin \phi_i) = 0 \quad (۲۷)$$

$$\sum_{i=1}^3 (P_x N_i - L_{ix} N_1 - P_y \mu N_i \sin \phi_i + L_{iy} \mu N_i \sin \phi_i) = 0 \quad (۲۸)$$

و معادلات بالا را می‌توان پس از ساده‌سازی به فرم زیر در آورد:

$$\sum_{i=1}^3 (L_{iz} - P_z) N_i = \sum_{i=1}^3 (L_{iy} - P_y) \mu N_i \cos \phi_i \quad (۲۹)$$

$$\sum_{i=1}^3 (P_x - L_{ix}) \mu N_i \cos \phi_i = \sum_{i=1}^3 (P_z - L_{iz}) \mu N_i \sin \phi_i \quad (۳۰)$$

$$\sum_{i=1}^3 (P_x - L_{ix}) N_i = \sum_{i=1}^3 (P_y - L_{iy}) \mu N_i \sin \phi_i \quad (۳۱)$$

همچنین برای نیروهای وارد بر بدنه از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

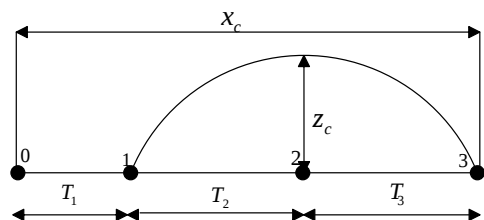
¹ Bezier

$$C(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \left(1 - \frac{t+t_1}{t_2-t_1}\right)^3 + 3 \left(\frac{1}{3} \begin{bmatrix} v_{x_1} \\ v_{y_1} \\ v_{z_1} \end{bmatrix} (t_2 - t_1) + \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix} \right) \left(\frac{t+t_1}{t_2-t_1}\right) \times \left(1 - \frac{t+t_1}{t_2-t_1}\right)^2 + 3 \left(\frac{-1}{3} \begin{bmatrix} v_{x_2} \\ v_{y_2} \\ v_{z_2} \end{bmatrix} (t_2 - t_1) + \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \right) \left(\frac{t+t_1}{t_2-t_1}\right)^2 \left(1 - \frac{t+t_1}{t_2-t_1}\right) + \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} \left(\frac{t+t_1}{t_2-t_1}\right)^3 \quad (38)$$

معادله (۳۸) مکان ذره‌ای را که در لحظه t_1 در مکان $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{bmatrix}$ و با سرعت $\begin{bmatrix} v_{x_1} \\ v_{y_1} \\ v_{z_1} \end{bmatrix}$ است و در لحظه t_2 در مکان $\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix}$ و با سرعت $\begin{bmatrix} v_{x_2} \\ v_{y_2} \\ v_{z_2} \end{bmatrix}$ می‌باشد را برای هر زمان بین t_1 و t_2 مشخص می‌کند. با توجه به آن که برای هر بازه حرکتی یک منحنی بیزیه در نظر گرفته می‌شود، سرعت‌های ابتدا و انتهای بازه در معادلات بالا باید به گونه‌ای قرار گیرند که سرعت‌ها بین هر دو بازه حرکتی پیوسته شوند.

۷-۲- زمان‌بندی و پارامترهای منحنی‌های مسیر

برای انجام حرکت هر پا در ربات به طور معمول سه بازه زمانی توسط چهار نقطه کلیدی در نظر گرفته می‌شود که به هر کدام از آن‌ها "گام کوچک" گفته می‌شود. پارامترهای زمانی این تقسیم‌بندی در شکل ۲۵ نشان داده شده است. در هریک از این گام‌های کوچک تنها یک پا به اندازه پارامتر z_c از زمین بلند می‌شود و سه پای دیگر روی می‌مانند.



شکل ۲۵: نمایش زمان‌بندی هر گام با سه بازه و چهار نقطه کلیدی.

در بازه اول حرکت $\Delta t \in [0, T_1]$ ابتدا بدنه مقداری حرکت جانبی دارد. در این بازه پاهای ربات روی زمین قرار دارند و بندگاه‌های ربات بگونه‌ای حرکت می‌کنند که ای حرکت بدنه را تأمین کنند. همچنین به منظور چرخاندن بدنه، سه زاویه چرخش α ، β و γ به ترتیب در سه جهت x ، y و z دستگاه مختصات ثابت در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از این سه زاویه ماتریس دوران ${}^A R_B$ در معادله (۹) بدست می‌آید. براین اساس بردار Φ برای دوران و P موقعیت بدنه ربات بین دو نقطه کلیدی P_1 و P_2 تغییر می‌کند:

$$P_1 \rightarrow P_2 = P_1 + \begin{bmatrix} xh_1 \\ yh_1 \\ zh_1 \end{bmatrix} \quad \Phi_1 \rightarrow \Phi_2 = \Phi_1 + \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \gamma_1 \end{bmatrix}$$

در بازه دوم $\Delta t \in [T_1, T_2]$ پایی که قرار است از زمین بلند شود به مقدار ارتفاع گام بالا رفته و همزمان نصف طول گام را نیز طی می‌کند. در این بازه بدنه از نقطه P_2 به P_3 منتقل می‌شود:

$$P_2 \rightarrow P_3 = P_2 + \begin{bmatrix} xh_2 \\ yh_2 \\ zh_2 \end{bmatrix} \quad \Phi_2 \rightarrow \Phi_3 = \Phi_2 + \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}$$

تعیین می‌کنند. ساده ترین منحنی در نظر گرفته شده برای حرکت چهارپا منحنی سینوسی می‌باشد. اما بر اساس تحقیقات انجام شده بر روی ربات‌های با وزن بالا (SILO با وزن ۴۶ کیلو گرم)، منحنی حرکتی سینوسی به علت نحوه نیروی وارده در نقاط اتصال و جدا شدن از زمین در آغاز و پایان حرکت احتیاج به نیروی زیادی در این نقاط دارد. مسیر پیشنهادی برای رفع این مشکل منحنی ترکیبی دایروی می‌باشد [۴].



شکل ۲۳: منحنی سینوسی (راست) و ترکیبی دایروی چپ.

۷-۱- منحنی‌های بیزیه

از منحنی‌های بیزیه در غالب طراحی‌های مسیریابی برای ربات چهارپا استفاده می‌گردد. ساده ترین فرم منحنی‌های بیزیه یک تابع درجه ۳ می‌باشد که در آن با تغییر یک پارامتر مستقل مانند u از صفر تا یک مقادیر منحنی بر طبق رابطه زیر بدست می‌آید [۵۸]:

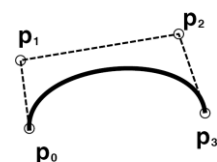
$$C(u) = \sum_{i=0}^3 P_i B_i(u) \quad (34)$$

که در آن مطابق شکل ۲۴، P_0 و P_3 به ترتیب مقادیر تابع در نقاط ابتدا و انتهای آن و P_1 و P_2 دو مقدار برای کنترل شیب خروج منحنی از نقطه ابتدا و شیب ورود منحنی به نقطه انتها می‌باشد و همینطور B_i ها توابعی می‌باشند که مقادیر آن‌ها به قرار زیر است:

$$\begin{aligned} B_0(u) &= (1-u)^3 \\ B_1(u) &= 3u(1-u)^2 \\ B_2(u) &= 3u^2(1-u) \\ B_3(u) &= u^3 \end{aligned} \quad (35)$$

با مشتق‌گیری از معادله (۳۴) نسبت به u ، شیب تابع در نقاط ابتدا و انتها به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} C'(0) &= 3(P_1 - P_0) \\ C'(1) &= 3(P_3 - P_2) \end{aligned} \quad (36)$$

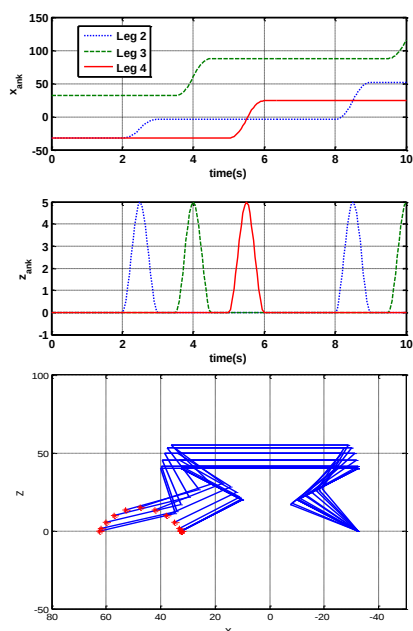


شکل ۲۴: منحنی بیزیه با چهار نقطه کنترلی.

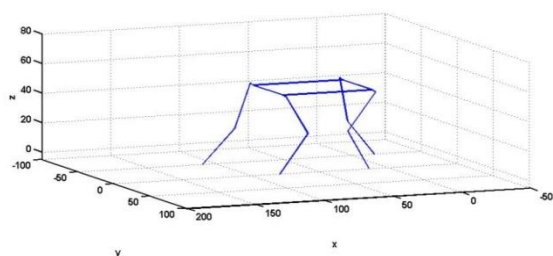
برای تبدیل شکل ساده بالا به رابطه‌ای که بتوان از آن برای بدست آوردن منحنی‌های مسیر قسمت‌های مختلف ربات استفاده کرد، باید با استفاده از دو رابطه بالا به جای مقادیر P_1 و P_3 ، مقادیر شیب در معادله اصلی قرار داد و همچنین با تغییر متغیر زیر بازه متغیر مستقل را از ۰ تا ۱ به بازه t_1 تا t_2 تغییر داد:

$$u = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1} \quad (37)$$

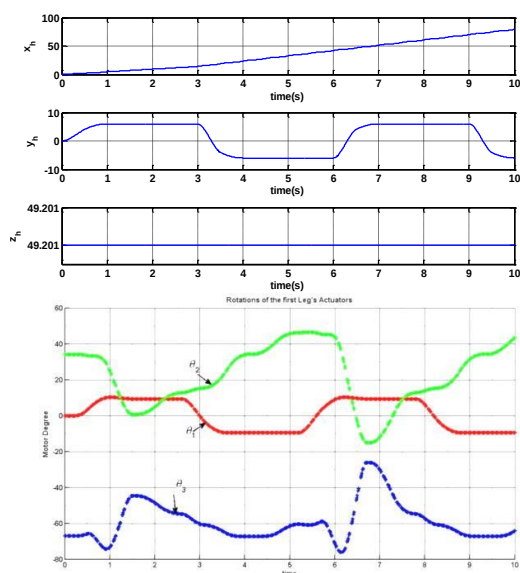
در این صورت معادله منحنی در سه بعد، به صورت زیر در می‌آید:



شکل ۲۶: راست: منحنی حرکت پاها، چپ: حرکت همزمان بدنه و یک پای ربات در یک گام.



شکل ۲۷: نمای سه بعدی حرکت یک ربات چهارپای شبیه‌سازی شده



شکل ۲۸: راست: منحنی حرکت بدنه ربات، چپ: زوایای چرخش محورهای پای اول.

۷-۳- الگوریتم کلی مسیریابی ربات چهارپا

قالب کلی الگوریتم مسیریابی یک ربات چهارپا در شکل ۲۹ نشان داده شده‌است. این الگوریتم در هر زمان حرکت مورد نظر زوایای

همچنین اگر x_c طول یک گام ربات و z_c حداکثر ارتفاع گام را از زمین فرض کنیم، پای در حال حرکت که موقیت انتهایی آن با L_i بیان می‌شود به صورت زیر تغییر می‌کند:

$$L_i \rightarrow L_i + \begin{bmatrix} \frac{x_c}{2} \\ 0 \\ z_c \end{bmatrix}$$

در بازه سوم $\Delta t \in [T_2, T_3]$ پای که از زمین بلند شده بود، پایین آمده و دوباره روی زمین قرار می‌گیرد و بقیه مقدار طول گام را نیز طی می‌کند. رفتار پای در حال حرکت در بازه سوم ارتباط مستقیم با مسیری که ربات حرکت می‌کند خواهد داشت مثلاً اگر ربات روی مسیر مسطح حرکت می‌کند، پا به مقداری که در بازه دوم بالا رفته باید پایین بیاید ولی اگر روی سطح شیبدار و یا پله حرکت می‌کند باید مقدار کمتری پایین بیاید تا پا روی زمین قرار گیرد. در این فاز، جابجایی بدنه و کف پای متحرک ربات به صورت زیر خواهد بود:

$$P_3 \rightarrow P_4 = P_3 + \begin{bmatrix} xh_3 \\ yh_3 \\ zh_3 \end{bmatrix} \quad \Phi_3 \rightarrow \Phi_4 = \Phi_3 + \begin{bmatrix} \alpha_3 \\ \beta_3 \\ \gamma_3 \end{bmatrix} \quad L_i \rightarrow L_i + \begin{bmatrix} \frac{x_c}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

در شکل ۲۶ مسیر حرکت کف پاهای ربات در صفحه XZ مطابق طراحی فوق برای گام‌برداری پاهای مختلف نشان داده شده است. در همین شکل نمای جانبی از حرکت پاهای شماره یک و دو ربات که در سمت راست بدنه قرار گرفته‌اند، در طول یک گام برداری نشان داده شده است. در این شکل پای عقب در حال حرکت است و مسیر حرکت نقطه انتهایی آن با ضربدرهایی مشخص شده‌است. همچنین در شکل ۲۷ نمای سه‌بعدی از ربات شبیه‌سازی شده در متلب نشان داده شده است.

در شکل ۲۸ نیز منحنی حرکت بدنه نشان داده شده است، حرکت بدنه در راستای x نشان می‌دهد که بدنه روبه جلو در حال حرکت است. حرکت جانبی بدنه در جهت y نیز در این شکل برای حفظ تعادل ربات دیده می‌شود. هنگام حرکت یک پا، اگر حرکت جانبی پای قبل موافق آن باشد، بدنه در همان موقعیت جانبی می‌ماند. در همین شکل زوایای بدست آمده برای عملگرهای پای اول که با استفاده از روابط جنبش معکوس (۵)، (۶) و (۸) بدست آمده‌اند، برای رسیدن به منحنی‌های مسیر مطلوب، نشان داده شده است. برنامه مسیریابی باید بتواند پیوستگی حرکت بدنه ربات را حین گام برداری پاهای مختلف حفظ نماید و در هر گام سرعت نهایی را به عنوان سرعت اولیه در گام بعدی لحاظ کند.

$$X_{zmp,l} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + g) x_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{x}_i y_i - \sum_{i=1}^n I_{ix} \ddot{\Omega}_{iz}}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + g)} \quad (۴۱)$$

$$Z_{zmp,l} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + g) z_i - \sum_{i=1}^n m_i \ddot{z}_i y_i - \sum_{i=1}^n I_{iz} \ddot{\Omega}_{ix}}{\sum_{i=1}^n m_i (\ddot{y}_i + g)} \quad (۴۲)$$

$$X_{zmp,h} = \frac{m(\ddot{y} + g)x - m\ddot{x}y - I_z \ddot{\Omega}_z}{m(\ddot{y} + g)} \quad (۴۳)$$

$$Z_{zmp,h} = \frac{m(\ddot{y} + g)z - m\ddot{z}y - I_x \ddot{\Omega}_x}{m(\ddot{y} + g)} \quad (۴۴)$$

که در معادلات بالا m_i جرم i امین پیوند ربات و I_i ممان اینرسی آن پیوند بوده که مختصات مرکزجرم، شتاب خطی مرکزجرم و شتاب زاویه‌ای آن به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$P_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}, \dot{P}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix}, \ddot{P}_i = \begin{bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{z}_i \end{bmatrix} \quad (۴۵)$$

همچنین m جرم بدنه ربات و I تانسور لختی آن بوده که مختصات مرکزجرم، شتاب خطی مرکزجرم و شتاب زاویه‌ای آن به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \dot{P} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}, \ddot{P} = \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} \quad (۴۶)$$

با توجه به آن‌که در تحلیل پویای انجام شده از جرم پاها صرف‌نظر شده است، در معادله بالا فقط یک پیوند وجود داشته و آن بدنه ربات است که جرم اصلی ربات در آن قرار دارد. بنابراین معادلات فوق نهایتاً به صورت زیر ساده می‌شوند:

$$X_{zmp} = \frac{m(\ddot{y} + g)x - m\ddot{x}y}{m(\ddot{y} + g)} \quad (۴۷)$$

$$Z_{zmp} = \frac{m(\ddot{y} + g)z - m\ddot{z}y}{m(\ddot{y} + g)} \quad (۴۸)$$

برای آن‌که نقطه ZMP در مثلث پشتیبان قرار گیرد، با توجه به شکل ۳۰، بردارهای v_0, v_1, v_2 را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$v_0 = C - A \quad (۴۹)$$

$$v_1 = B - A \quad (۵۰)$$

$$v_2 = P - A \quad (۵۱)$$

حال اگر نقطه P بخواند در مثلث ABC قرار گیرد می‌بایست شروط زیر برقرار باشند:

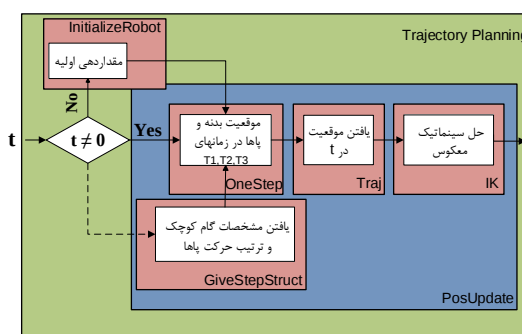
$$u > 0 \quad (۵۲)$$

$$v > 0$$

$$u + v < 1 \quad (۵۳)$$

که u و v از معادلات زیر بست می‌آیند:

بندگاه‌های ربات را به منظور انجام حرکت مورد نظر ارائه می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود پس از راه اندازی ربات و مقدار دهی اولیه به کلیه متغیرها و پارامترهای آن در لحظه نخست، مقادیر ابتدا و انتهای هر گام کوچک (نقاط زمانی کلیدی) تعیین شده و سپس موقعیت بدنه و پاها در نقاط کلیدی تعیین می‌گردد. سپس با استفاده از تابع مسیریابی (Traj) که رابطه ریاضی آن معادله (۳۸) می‌باشد، موقعیت بدنه و هر پا را در هر زمان دلخواه بین نقاط کلیدی محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از موقعیت تولید شده در زمان دلخواه، محاسبات لازم برای یافتن موقعیت نسبی پاها و بدنه در دستگاه مختصات مرجع انجام شده و این موقعیت با استفاده از حل جنبش معکوس ربات (IK) تبدیل به زوایای بندگاه‌های پاها می‌شوند که این مقادیر به حلقه کنترل موقعیت بندگاه‌ها ارسال می‌گردد.



شکل ۲۹: الگوریتم کلی مسیریابی ربات چهارپا.

۴-۷- بررسی پایداری ایستای ربات چهارپا

ربات چهارپا از نظر ایستا پایدار است اگر همواره تصویر مرکز ثقل ربات در مثلث تشکیل شده از نقاط تماس ربات با زمین قرار بگیرد. به طور معادل می‌توان گفت اگر مجموع مساحت‌های سه مثلث تشکیل شده با راس‌های تصویر مرکز جرم و هر دو نقطه از سه نقطه تماس با زمین با مساحت مثلث سه نقطه تماس با زمین برابر باشد ربات چهارپا پایدار ایستا و اگر نباشد ناپایدار است. برای محاسبه مساحت هر کدام از مثلث‌ها در مختصات کارتزین از رابطه زیر استفاده کنیم:

که (x_i, y_i) و $i = 1, 2, 3$ سه نقطه از مثلث می‌باشند. بدین وسیله می‌توان در هر لحظه مساحت مثلث‌ها را محاسبه و پایداری ایستای ربات را مورد ارزیابی قرار داد.

۵-۷- استخراج شروط پایداری پویا

برای پایداری پویا باید نقطه ZMP ربات درون مثلث تشکیل شده از نقاط تماس سه پای پشتیبان با زمین قرار بگیرد. مختصات نقطه ZMP ربات از روابط زیر بدست می‌آید:

$$X_{zmp} = X_{zmp,l} + X_{zmp,h} \quad (۳۹)$$

$$Z_{zmp} = Z_{zmp,l} + Z_{zmp,h} \quad (۴۰)$$

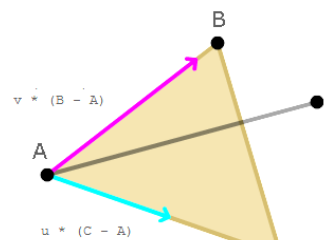
که در آن:

۸- نتیجه گیری

در این مقاله پس از ارائه تاریخچه‌ای از پژوهش‌ها در زمینه طراحی و ساخت ربات چهارپا، تحلیل جنبشی و پویایی یک نمونه کلی از این ربات‌ها انجام گرفت. همچنین نحوه مسیریابی ربات و شرایط تضمین پایداری ربات ارائه گردید. البته علاوه بر تضمین پایداری می‌توان مسیرهای حرکت ربات را طوری تنظیم نمود که حاشیه پایداری ربات بر پایه یکی از معیارهای ذکر شده در مقاله پیشینه نمود. همچنین بهینه سازی کیفیت حرکت و هوشمندسازی ربات در جهت بهبود پایداری، دفع اغتشاش و کنترل مقاوم ربات، کنترل ربات با تحمل آسیب بر روی یکی از پیوندها، و نیز کنترل خودگردان ربات از جمله فعالیت‌هایی است که اخیراً مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته و هنوز جای کار بسیاری دارد.

$$u = \frac{(v1.v1)(v2.v0) - (v1.v0)(v2.v1)}{(v0.v0)(v1.v1) - (v0.v1)(v1.v0)} \quad (54)$$

$$v = \frac{(v0.v0)(v2.v1) - (v0.v1)(v2.v0)}{(v0.v0)(v1.v1) - (v0.v1)(v1.v0)} \quad (55)$$



شکل ۳۰: شروط قرار گیری نقطه P در مثلث ABC.

مراجع

- [11] Big Dog Overview, Boston Dynamics, Nov 22, 2008
www.bostondynamics.com/img/BigDog_Overview.pdf
- [12] Legged Squad Support System (LS3), DARPA
(http://www.darpa.mil/Our_Work/TTO/Programs/Legged_Squad_Support_System_%28LS3%29.aspx)
- [13] Ackerman, E., Boston Dynamics Announces New WildCat Quadruped Robot, IEEE Spectrum Robotics Blog
(<http://spectrum.ieee.org/automaton/robotics/military-robots/whoa-boston-dynamics-announces-new-wildcat-quadruped>).
- [14] Seok, S., et. al., Design Principles for Highly Efficient Quadrupeds and Implementation on the MIT Cheetah Robot, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Karlsruhe, Germany, pp. 3307-3312 (2013).
- [15] Pohang Institute of Intelligent Robotics (<http://eng.piro.re.kr>).
- [16] PIRO Quadruped robot
(<http://www.gizmag.com/rex-robotic-beast-of-burden-hits-the-market/13586/picture/107029/>).
- [17] AiDIN - Quadruped Walking Robot for Outdoor Environments, Intelligent Robotics and Mechatronic System Laboratory
(http://mecha.skku.ac.kr/board/list.php?bbs_id=Robotics_03).
- [18] Koo, I., et. al., Control of a Quadruped Walking Robot Based on Biologically Inspired Approach, Proceedings of the 2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, San Diego, CA, USA, pp. 2969-2974 (2007).
- [19] Koo, M., Kang, T., Vo, G., Trong, T., Song, K., and Choi, H., Biologically Inspired Control of Quadruped Walking Robot, International Journal of Control, Automation, and Systems, vol. 7, pp. 577-584 (2009).
- [1] Santos, P., Garcia, E., and Estremera, J., Quadrupedal Locomotion: An Introduction to the Control of Four-legged Robots, Madrid.: Springer Science (2007).
- [2] Raibert, M.H., Legged Robots, communications of the ACM, vol. 29, No. 6, pp. 499-514 (1986)
- [3] Berns, K., Walking Machines Catalogue (2006)
(http://lars.mec.ua.pt/public/LAR%20Projects/RobotActuation/2002_MarcoMelo_VascoQuinteiro/Projecto/Artigos_net/catalogo/walking_machines_katalog/walking_machines_katalog.html).
- [4] Kordic, V., Lazinica, A., and Merdan, M., Cutting Edge Robotics, Mammendorf.: Robert Mayer Scholz, Ch. 1, 8 (2005).
- [5] Artificial Intelligence robot (AIBO), Wikipedia (<http://en.wikipedia.org/wiki/AIBO>).
- [6] G-Dog, HPI, Inc. (<http://www.hpirobot.jp/g-dog/en/product/index.html>).
- [7] LittleDog - The Legged Locomotion Learning Robot, Boston Dynamics Inc., U.S.A.
(http://www.bostondynamics.com/robot_littledog.html).
- [8] Pongas, D., Mistry, M., and Schaal, S., A Robust Quadruped Walking Gait for Traversing Rough Terrain, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma, Italy (2007).
- [9] Robots Take Center Stage in U.S. War in Afghanistan, FOX News, March 23, 2009
(<http://www.foxnews.com/story/0,2933,509684,00.html>).
- [10] Raibert, M., et al, BigDog, the Rough-Terrain Quadruped Robot, Proceedings of the 17th World Congress, IFAC, Seoul, Korea (2008).

- [32] Lee, T.T., Shih, G.L., A study of the gait control of a quadruped walking vehicle, IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 2, no. 2, pp. 61–69 (1986).
- [33] Shih, C.L., Klein, C.A., An adaptive gait for legged walking machines over rough terrain, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 23, no. 4, pp. 1150–1155 (1993).
- [34] Bai, S., Low, K.H., A new free gait generation for quadrupeds based on primary/secondary gait, in: Proceeding of 1999 IEEE Int. Conf. Robot. Autom., vol. 2, pp. 1371–1376 (1999).
- [35] Pal, P.K., Jayarajan, K., Generation of free gait—a graph search approach, IEEE Transaction on Robotics and Automation, vol. 7, no. 3, pp. 299–305 (1991).
- [36] Pack, D.J., Kang, H.S., Free gait control for a quadruped walking robot, Laboratory Robotics and Automation, vol. 11, no. 2, pp. 71–81 (1999).
- [37] Eldershaw, C., Yim, M., Motion planning of legged vehicles in an unstructured environment, in: Proceeding of 2001 IEEE Int. Conf. Robot. Autom., vol. 4, pp. 3383–3389 (2001).
- [38] Bretl, T., Motion planning of multi-limbed robots subject to equilibrium constraints: the free-climbing robot problem, International Journal of Robotics Research, vol. 25, no. 4, pp. 317–342 (2006).
- [39] Estremera, J., de Santos, P.G., Generating continuous free crab gaits for quadruped robots on irregular terrain, IEEE Transactions on Robotics, vol. 21, no. 6, pp. 1067–1076 (2005).
- [40] Hauser, K., Bretl, T., Latombe, J.-C., Motion planning for legged robots on varied terrain, International Journal of Robotics Research, vol. 27, no. 11-12, pp. 1325–1349 (2008).
- [41] Chillian, A., Hirschmuller, H., Stereo camera based navigation of mobile robots on rough terrain, in: Proceeding of 2009 IEEE Int. Conf. Robots Syst., USA, pp. 4571–4576 (2009).
- [42] Chen, W., Low, K., Yeo, S., Adaptive gait planning for multi-legged robots with an adjustment of center-of-gravity, Robotica, vol. 17, pp. 391–403 (1999).
- [43] Kolter, J.Z. and Andrew, Y.N., The Stanford LittleDog: A Learning and Rapid Replanning Approach to Quadruped Locomotion, Int. Journal of Robotics Research, vol. 30, no. 2, pp. 150–174 (2010).
- [44] Vernaza, P., Likhachev, M., Bhattacharya, S., Chitta, S., Kushleyev, A., Lee, D.D., Search-based planning for a legged robot over rough terrain, in: Proceeding of 2009 IEEE Int. Conf. Robots Syst., USA, vol. 12, pp. 2380–2387 (2009).
- [20] Li, Y., Li, B., Ruan, J., and Rong, X., Research of Mammal Bionic Quadruped Robots: a Review, IEEE Conference on Robotics Automation and Mechatronics, Qingdao, China, pp. 166–171 (2011).
- [21] Ugurlu, B., Havoutis, I., Semini, C., and Caldwell, D., Dynamic Trot-Walking with the Hydraulic Quadruped Robot - HyQ: Analytical Trajectory Generation and Active Compliance Control, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Tokyo, Japan (2013).
- [22] TMU-Bot Final technical report, The Ministry of Industries, Mines and Business, October 2014.
- [23] Appin Knowledge Solutions, Robotics, New Delhi: BPB Publications (2007).
- [24] Zucker, M., et. al., An Optimization Approach to Rough Terrain Locomotion, In IEEE International Conference on Robotics and Automation Convention Discrete, Anchorage, Alaska, USA (2010).
- [25] Kalakrishnan, M., Buchli, J., Pastor, P., Mistry, M., Schaal, S., Fast, Robust Quadruped Locomotion over Challenging Terrain, In IEEE International Conference on Robotics and Automation Convention Discrete, Anchorage, Alaska, USA (2010).
- [26] McGhee, R.B., Iswandhi G.I., Adaptive locomotion of a multi-legged robot over rough terrain, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-9, vol. 4 pp. 176–182 (1979).
- [27] Vukobratovic, M., Borovac, B., Zero moment point- thirty five years of its life, International Journal of Humanoid Robotics vol. 1, no. 1, pp. 161–162 (2004).
- [28] Santos, P. G., Jimenez, M. A., Armada, M. A., Dynamic Effects in Statically Stable Walking Machines, Journal of Intelligent and Robotic Systems, vol. 23, pp. 71–85, (1998).
- [29] Garcia, E., Santos, P. G., An improved energy stability margin for walking machines subject to dynamic effects, Robotica, vol. 23, pp. 13–20 (2005).
- [30] McGhee, R. B. and Frank, A. A., On the stability properties of quadruped creeping gaits, Mathematical Biosciences, vol. 3, pp. 331–351 (1968).
- [31] Messuri, D., Klein, C., Automatic body regulation for maintaining stability of a legged vehicle during rough terrain locomotion, IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 1, no. 3, pp. 132–141 (1985).

- [52] Palis, P., Rusin, V., Schneider, A., Adaptive impedance/force control of legged robot systems, in Proc. Int. Conf. Climbing, Walking Robots, Karlsruhe, Germany, pp. 323–329 (2001).
- [53] Garcia, E., Santos, P., G., On the Improvement of Walking Performance in Natural Environments by a Compliant Adaptive Gait, IEEE Transaction on Robotics, vol.22, no. 6, pp. 1240-1253 (2006).
- [54] Jiang, W., Liu, A., Howard, D., Optimization of legged robot locomotion by control of foot-force distribution, Trans. Inst. Meas. Control, vol. 26, no. 4, pp. 311–323 (2004).
- [55] Buchli, J., Kalakrishnan, M., Mistry, M., Pastor, P., Schaal, S., Compliant quadruped locomotion over rough terrain, The IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems, Louis, USA (2009).
- [56] Loc, V., et. al., Sensing and gait planning of quadruped walking and climbing robot for traversing in complex environment, International journal of Robotics and Autonomous Systems, Elsevier, no.58, pp.666-675 (2010).
- [57] Rutishauser, S., Sprówitz, A., Righetti, L., Ijspeert, A.J., Passive compliant quadruped robot using central pattern generators for locomotion control, 2nd Biennial IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, BioRob 2008;Scottsdale, AZ, pp. 710-715 (2008).
- [58] Prautzsch, H., Boehm, W., Paluszny, M., Bézier and B-Spline Techniques, Springer Science & Business Media (2002).
- [45] Kalakrishnan, M., Buchli, J., Pastor, P., Mistry, M., Schaal, S., Learning, planning, and control for quadruped locomotion over challenging terrain, International Journal of Robotics Research, vol. 30, no. 2, pp. 236–258 (2011).
- [46] Saranli, U., Buehler, M., Koditschek, D., RHex – a simple and highly mobile hexapod robot, International Journal of Robotics Research, vol. 20, no. 7, pp. 616–631 (2001).
- [47] Mennitto, G., Buehler, M., A compliant articulated robot leg for dynamic locomotion, Robotics and Autonomous Systems, Vol. 18, no. 3, pp. 337-344 (1996).
- [48] Wyffels, F., D'Haene, M., Waegeman, T., Caluwaerts, K., Nunes, C., Schrauwen, B., Realization of a passive compliant robot dog, 3rd IEEE RAS and EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics, Tokyo, Japan, pp. 882-886 (2010).
- [49] Cerda, G. M. A., Dallali, H. B., Brown, M., Control of a compliant humanoid robot in double support phase: A geometric approach, International Journal of Humanoid Robotics, vol. 9, no. 1 (2012).
- [50] Gorinevsky, D., Schneider, A., Force control in locomotion of legged vehicles over rigid and soft surfaces, Int. J. Robot. Res., vol. 9, no. 2, pp. 4–23 (1990).
- [51] Bevely, D., Dubowsky, S., Mavroidis, C., A simplified Cartesian computed torque controller for highly geared systems and its application to an experimental climbing robot, J. Dyn. Syst., Meas., Control, vol. 122, pp. 27–32 (2000).